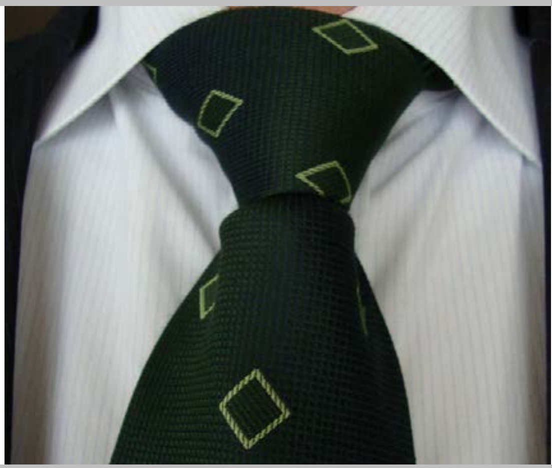
PROFILES

Università Politecnica delle Marche

Professional Reflection-Oriented Focus on Inquiry-based Learning and Education through Science

La topologia dei nodi



Un modulo di matematica
adatto per la quarta classe dell'Istituto Tecnico

Sviluppato da Anna Maria Paolucci
Istituto d'Istruzione Superiore Raffaello
Urbino, Italy

1. Introduzione

Come insegnate di Matematica devo constatare che il livello di conoscenza e l'interesse degli studenti verso la mia disciplina è bassissimo. Il programma ministeriale mi dice di fare il concetto di limite che servirà agli studenti per il successivo studio di funzione. L'idea è quella di utilizzare la Topologia dei nodi (studio del luogo nodo vedi Bergamini vol. 4 pag. 887 La topologia dei nodi. Attività nodi multipli e cravatte) per iniziare ad avvicinarli ai concetti topologici e con classificazioni, continuità e discontinuità di funzioni giungere al concetto di limite graficamente facendoli applicare operazioni e teoremi su tale concetto.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Destinatari

La classe è composta da 23 alunni; sei studenti che provengono da un corso integrato con la qualifica di Meccanico e un ragazzo ha difficoltà cognitive ed è seguito dall'insegnante di sostegno.

Competenze

Dopo aver completato il modulo, gli studenti dovrebbero saper:

- classificare una funzione (data mappa concettuale sulle funzioni algebriche e trascendenti completa);
- definire dominio e segno (funzioni pari, dispari e periodiche;
- leggere l'andamento di una funzione anche in punti particolari;
- la definizione di limite e i teoremi sui limiti, teoremi di esistenza e unicità dei limiti;
- individuare funzioni continue e non, asintoti orizzontali, verticali e obliqui;
- l'algebra dei limiti, calcolare dei limiti, operazioni coi limiti (creazione di tabelle per il limite della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni);
- i limiti delle funzioni elementari (radice, potenza, esponenziali, logaritmiche e goniometriche);
- individuare le forme indeterminate di funzioni algebriche polinomiali intere e fratte e di funzioni irrazionali;
- individuare i limiti notevoli;
- eseguire la ricerca degli asintoti orizzontali, verticali e poi obliqui;
- leggere o disegnare un grafico probabile di una funzione.

Obiettivi didattici

- la divulgazione del metodo cooperativo, delle risposte e delle riflessioni;
- rendere l'insegnamento delle scienze maggiormente significativo;
- promuovere l'educazione scientifica attraverso la ricerca e l'insegnamento IBSE perché gli educatori possano impossessarsi di metodi più efficaci per insegnare ad un stakeholder sempre così eterogeneo e in continua evoluzione;
- fare del problem solving e del collaborative learning un metodo didattico efficace per l'utenza;
- potenziare le relazioni interpersonali migliorandole ed approfondendole;
- dare ai ragazzi l'opportunità di esercitarsi al pensiero critico, argomentando e presentando le proprie motivazioni, anche originali, con una comunicazione lessicale corretta.

Concetti

Funzioni di variabile, dominio e immagine, continuità, punti di discontinuità, limiti, operazioni con essi, creazione e lettura di grafici.

Contenuti

Funzioni, dominio, codominio, limiti, teoremi sui limiti, operazioni coi limiti, continuità, discontinuità, asintoti, forme indeterminate.

Metodologia

Problem-solving, cooperative learning, CL informale, attività sperimentale con ricerca su internet in laboratorio d'informatica, proposte di giochi e di problemi di cripto aritmetica.

Tempi

Marzo-maggio non con scadenze regolate secondo l'orario scolastico, ma alternando momenti prettamente di lezioni frontali o di necessità scolastiche (uscite scolastiche, gite, incontri d'orientamento) con il progetto PROFILES, interrompendo la lezione, facendo delle domande ai ragazzi, chiedendo spiegazioni e pareri alla classe.

Prerequisiti

Conoscere l'algebra dei polinomi, saper applicare regole algebriche di scomposizione e fattorizzazione con i polinomi, saper utilizzare il piano cartesiano disegnando rette, saper risolvere disequazioni intere e fratte di 1° e grado superiore. Saper riconoscere funzioni continue e non. Saper riconoscere funzioni algebriche e trascendenti.

Motivazione

La divulgazione del metodo, l'amore nell'insegnare la disciplina matematica, l'abitudine a sapersi confrontare e riflettere sulle azioni e sulle regole apprese, motivare le scelte fatte, utilizzare un lessico di carattere scientifico, socializzare per lavorare in equipe, coinvolgersi per giungere ad un fine comune.

SEVENTH FRAMEWORK PROGRAMME

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

2. Attività degli studenti

Ricercare informazioni in gruppi C.L. sui vari nodi di cravatte possibili (7 gruppi per 7 nodi di cravatte: Plattoburgh, Fink, Balthus, Windsor, St. Andrew, mezzo Windsor, four in hand). Sperimentazione in laboratorio con produzione finale di una presentazione in ppt dei passi per realizzare i vari nodi di cravatta e realizzazione, con nastri di 7 colori diversi, dei vari nodi (i ragazzi in questa giornata hanno portato in classe le loro cravatte personali per realizzare, di fronte ai compagni, i diversi nodi facendo foto sulle varie realizzazioni divertendosi molto (Valutazione didattica del lavoro dei singoli gruppi nella realizzazione corretta del proprio nodo anche come presentazione di diapositive).

Classificare e dare il dominio delle funzioni (2 schede): scheda n. 1 e n. 2

Operare coi limiti somma, scheda n. 3

Riconoscere le forme indeterminate FI scheda n. 4

Operare coi limiti, prodotto, rapporto e potenze: schede n. 5.1 e 5.2

3. Giuda per l'insegnante

Argomenti di teoria: *Funzioni, dominio, codominio, limiti, teoremi sui limiti, operazioni coi limiti, continuità, discontinuità, asintoti, forme indeterminate.*

Suggerimenti. Per svolgere meglio il Modulo (Pillole di saggezza): Dobbiamo mettere gli alunni in condizione di non fallire. Il fallimento provoca la demotivazione e l'allontanamento dello studente dalla materia. Perciò dobbiamo fare in modo che gli alunni imparino sì i limiti ma soprattutto imparino a livello cognitivo.

Costruttivismo: ognuno si costruisce la propria conoscenza. Lezione frontale: annoia e non aiuta a capire la materia. Apprendimento visibile: è importante scrivere anche per chi ha una buona conoscenza perché la conoscenza si impara anche con la rappresentazione grafica. Le mappe concettuali aiutano moltissimo a chiarire i concetti anche per gli alunni che hanno difficoltà.

Mappe concettuale e/o riassunti: le mappe concettuali sono molto importanti e ancora di più i riassunti. Questo esercizio è molto importante perché aiuta gli studenti

La mappa concettuale ci vuole tempo per organizzarla e inoltre è utile solo per quella persona che l'ha fatta. Un'altra persona, difficilmente riesce a capire una mappa concettuale fatta da altri. Meglio i riassunti.

La mappa concettuale può essere esposta da uno degli alunni / gruppi . La valutazione è meglio farla noi docenti, perché gli alunni sono terribili tra loro nella valutazione di loro colleghi.

star
t

Mappe concettuali e riassunti

Mappe concettuale e/o riassunti: le mappe concettuali sono molto importanti e ancora di più i riassunti. Questo esercizio è molto importante perché aiuta gli studenti.

Mappa concettuale : ampio tempo per organizzarla , utile solo per la persona che l'ha creata,difficile lettura per altri.

I ***riassunti***:appunti utili a ripassarel'argomento trattato.Si organizzano all'impronta per poi ri-modificarli,correggerli aggiungendo o togliendo argomenti e preposizioni.

Mappa concettuale o il riassunto spiegati da un alunnio/ gruppo agli altri . Espressione migliora,uso termini e motiva le proprie scelte. La valutazione è del docenti (agli alunni sarebbero molto severi tra di loro).

End

SEVENTH FRAMEWORK PROGRAMME

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Fare argomentare gli studenti

Le soluzioni dei problemi escogitate dagli studenti sono molto diverse da quelle riportate nei libri di testo

Approfondimenti Cooperative Learning:Liberato Cardellini, Richard M.Felder
Un panorama dei perché e dei come del CL,un metodo che consente un Apprendimento più efficace e duraturo

Regole per la formazione dei gruppi CL formali

Formazione dei gruppi: Gruppi di tre persone, uno bravo, uno meno bravo e uno non bravo.
Gruppi con dei ruoli: Leader/Coordinatore, Scettico, Controllore. Verificare che gli studenti assumano le funzioni che il ruolo richiede (scrivono i ruoli sul foglio ove riportano la soluzione della prova richiesta). L'apprendimento cooperativo è un metodo per migliorare la preparazione e l'acquisizione di abilità cognitive negli studenti, che consente un apprendimento + efficace e duraturo. Chiamo uno studente alla lavagna: se gli altri non ascoltano, chiedo a qualcuno dei disattenti se quello che si sta scrivendo alla lavagna è corretto. Il direttore di orchestra è l'insegnante, gli alunni si devono mettere in fila.

Bibliografia

Sasso, L. (2011). Nuova Matematica a colori. Vol. 4. Petrini editore.
Bergamini, M., Trifone, A., Barozzi, G. Corso base verde di mat. Vol. 4. Zanichelli editore
Felder, R. M.; Brent, R. (2007). Cooperative Learning. In P. A. Mabrouk, ed., *Active Learning: Models from the Analytical Sciences*, ACS Symposium Series 970. Washington, DC: American Chemical Society, 2007, pp. 34-53.
Cardellini, L.; Felder, R. M. (2004). Approfondimenti: Cooperative Learning. *IS Informatica & Scuola*, *12* (4), 36-39.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Fasi delle attività in CL e problem solving.

1) Ricerca dei vari possibili nodi di cravatte. Ricercare per gruppi (la classe è stata divisa in 7 gruppi da 3 ragazzi tranne uno di 2 alunni) in laboratorio con PC, tablet, smartphone come realizzare informalmente il nodo di cravatta. Ogni gruppo deve:
   - Scegliere un particolare tipo di nodo, conoscendone la realizzazione nei vari passaggi;
   - Realizzare una presentazione con un applicativo a propria scelta realizzandolo anche insieme in gruppo;
   - Ciascun membro del gruppo deve essere pronto a rispondere a tutte le domande che possono essere poste;
   - Presentare alla classe il proprio lavoro con le diapositive, realizzando il nodo di fronte ai compagni e spiegandone i vari passaggi.

2) Classificare le diverse funzioni possibili facendo per gruppi mappe concettuali di sintesi.
3) Definire dominio e immagine delle funzioni con riassunti e sintesi relativo al tipo di funzione considerato.
4) Visione di alcuni andamenti di funzioni, lettura dettagliata con la classe delle immagini per rilevare continuità e non, simmetrie e non ,asintoti come rette da aggiungere ai grafici di funzioni per immaginare l'andamento per infiniti valori, utilizzo del termine limite.
5) Calcolo di semplici limiti di funzioni, di somma di funzioni con punti di accumulazione finiti e non.
6) Incontro con la classe e il prof. Cardellini Liberato.
7) Utilizzo di mappe e tabelle sui testi indicati o scaricati da internet per determinare la soluzione di operazioni coi limiti. Strategie per ricordare come giungere alle soluzioni corrette.
8) Schede di applicazione sulla determinazione di limiti di funzioni. Richiesta di motivazione sulla ricerca della soluzione di funzioni continue e non, punti di discontinuità con classificazione.
9) Forme indeterminate, percezione e consapevolezza che non tutte le forme indeterminate possono trasformarsi in determinate.
10) Applicazioni di limiti di polinomi interi, fratti e per polinomi fratti Mappe di Sintesi di come saper giungere alla soluzione.

Strategie didattiche: CL e problem solving.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Spiegare alla classe i vantaggi del metodo: efficace nel migliorare la qualità e quantità dell'apprendimento, e gli studenti con questo metodo ricevono voti più alti.

Il cooperative learning è l'unico metodo che permette di sviluppare delle utili abilità, quali *la leadership*, la *capacità* di *comunicare*, di *ascoltar*e, di *motivare,* di *argomentar*e. Abilità queste fondamentali nel mondo del lavoro. Come docenti non si è scelto questo metodo per lavorare di meno. Anzi, il contrario, con questo metodo si lavora di più.

Alcuni studenti non amano il metodo CL. Se ci fossero proteste da parte degli alunni cosa possiamo fare:

- Coinvolgere i genitori spiegando il metodo con i suoi vantaggi per i ragazzi. Noi tutti abbiamo sempre timore delle novità, ma per migliorarci dobbiamo provare nuove vie e tutto questo farà lavorare di più il docente che lo applica e aumentando la valutazione oggettiva dei ragazzi.
- Spiegato i vantaggi del CL agli alunni, dare gli esercizi brevi sottoposti in classe a gruppi_non fissi di due o più studenti quello che nell'articolo sul CL si chiama *cooperative learning informale.*
- Diradare questo approccio nella lezione, e quando si spiega, di tanto in tanto interrompere la lezione, facendo delle domande, chiedendo spiegazioni e pareri alla classe. Si può così coinvolgere attivamente gli studenti, senza che essi possano protestare il metodo.
- Facendo brevi lezioni frontali, fermarsi ricordando gli argomenti, indicando le pagine nel testo in cui trovare la parte teorica trattata, individuare esercizi guida importanti da eseguire insieme in classe e poi altri simili da risolvere a casa.
- Ritornare poi a CL preparando per gruppi otocopie di esercizi diversi. Ogni gruppo deve eseguire percorsi risolutivi personali indicando la motivazione delle scelte e dei passaggi fatti. Seguire personalmente gruppo per gruppo incitandoli e ancora seguendoli nel percorso della motivazione sottolineando la valutazione del gruppo con un Bonus ed encomi da inserire nel registro elettronico a ciascun appartenente a tale gruppo.
- Aggiungere file sulle regole del Gioco, sui problemi di cripto aritmetica e sui problemi per sviluppare abilità nel problem solving che permettono, tramite il divertimento e il gioco, di sviluppare capacità di sintesi e di analisi per 'giocare sul serio'.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Finalità del percorso didattico: saper fare una parte dello studio di funzione: la classificazione della funzione, il campo di esistenza, la ricerca dei valori agli estremi del campo d'esistenza, il calcolo della derivata prima, la ricerca degli asintoti, lettura di un grafico nei suoi elementi essenziali.

4. Valutazione

Elaborati in forma cartacea e presentazioni in PowerPoint eseguiti in gruppo poi esposti in classe, valutati con bonus, encomi, secondo criteri di metodo, impegno, collaborazione, motivazione e originalità della soluzione proposta. Ricordare come sia importante imparare a gestire i conflitti e ad ascoltare tutte le opinioni perché la scuola dovrebbe preparare alla vita fuori dalla essa. Ad ogni prova di gruppo controllare che scrivano il nome sul foglio, e che i ruoli vengano cambiati così si può evitare che a risolvere il problema sia sempre lo stesso studente. Valutare le verifiche scritte eseguite dai singoli gruppi e dai singoli alunni riguardante abilità scolastiche. Le abilità sociali sono state valutate seguendo il lavoro dei gruppi mentre lavoravano in CL in aula o in laboratorio.

Scheda n. 1

gruppo n.

Alunni:

data 7/03/2013

Definire i ruoli:

(1) Leader/Coordinatore

(2) Scettico

(3) Controllore

Dare fotocopie sui ruoli individuali nei gruppi. (nel gruppo di 4 ragazzi aggiungere il ruolo del revisore).

Determinare il dominio delle seguenti funzioni dopo aver classificato la funzione:

esempio n. 1

$f(x) = 4x^3 - x^2 - 14x$

esempio n. 2

$f(x) = \frac{1}{2x^2 + 3x - 5}$

esempio n. 3

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2}}$

esempio n. 4

$f(x) = \frac{e^x}{e^x - 1}$

esempio n. 5

$f(x) = \frac{\ln^2 x}{1 - \ln x}$

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Scheda n. 2

gruppo n.

Alunni:

data. 23/03/2013

con variazione o con consoli damento di ieri.

Esercizio: Classificare e dare il Dominio delle seguenti funzioni:

$f(x) = x^4 \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x} - 1}$

$f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$

$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x - 2}$

$f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$

Esercizio: Creare una mappa concettuale per determinare e poter ricordare come si determina il Dominio delle funzioni analitiche e come si classifica una funzione.

Scheda n. 3

gruppo n.

data 20/04/2013

Operazione sui limiti: somma

date due funzioni f(x) e g(x) così fatte:

$f(x) = 2x - 6$ e $g(x) = x + 3$

calcolare i loro limiti per $x \to 4$.

a funzione $t(x)$, data dalla somma delle due funzio[ni]
(x) e $g(x)$ sarà data da:

$t(x) = f(x) + g(x) = (2x - 6) + (x + 3)$

determinare il limite di $t(x)$ per $x \to 4$.

[C]osa puoi concludere? Esprimete le vostre osservazioni.

Quindi devi sapere che:

il limite della somma di due funzioni
è uguale alla somma dei loro limiti.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Scheda n. 3

Date le funzioni:

$f(x) = 2x$; $g(x) = -2x+1$; $h(x) = -x$; $i(x) = -3x$

per $x \to +\infty$ il limite di $f(x) = 2x$ è $+\infty$, mentre i limiti di $g(x)$, $h(x)$ e $i(x)$ sono $-\infty$.

Consideriamo le funzioni somma e calcoliamo

$s_1(x) = f(x) + g(x) = \ldots\ldots$

$s_2(x) = f(x) + h(x) = \ldots$

$s_3(x) = f(x) + i(x) = \ldots$

Calcolare delle funzioni $s_1(x)$, $s_2(x)$ e $s_3(x)$ il limite per $x \to +\infty$.

Si ottengono 3 limiti diversi, non esiste quindi una regola che permette di ottenere il limite della funzione somma $f(x)$ e $g(x)$ quando i limiti delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$ sono $+\infty$ e $-\infty$.

Per questo diciamo che siamo in presenza di una forma indeterminata (che indichiamo con F.I

Cercate di distinguere le soluzioni dei 3 limiti $s_1(x)$ e $s_2(x)$ e $s_3(x)$ per $x \to +\infty$ distinguendo con attenzione i 3 risultati.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Scheda n. 4

Gruppo n. Alunni data 09/05/2013

Forme indeterminate (F.I.) o soluzioni non determinate.

• Esercizio

Togliere l'indeterminazione usando dei procedimenti algebrici sulla funzione.

1 $\lim_{x \to +\infty} \left(x^3 - 2x^2 + x - 4\right) =$

2 $\lim_{x \to +\infty} \frac{x^3 - 3x^2 - 2}{x^2 - 7x - 4} =$

2: grado del polinomio al numeratore:...
grado del polinomio al denominatore:...

3 $\lim_{x \to +\infty} \frac{9x^2 + 3x + 7}{5x^2 + 6x - 1} =$

3: grado del polinomio al numeratore:...
grado del polinomio al denominatore:...

4 $\lim_{x \to -\infty} \frac{-x^3 + 4x^2 + 2}{3x^5 - 7x + 4} =$

4: grado del polinomio al numeratore:...
grado del polinomio al denominatore:...

• Esercizio

Ora dopo aver calcolato i limiti nell'esercizio precedente, potete secondo voi trarre delle conclusioni generali nei risultati degli ultimi tre limiti di funzioni algebriche razionali fratte con un confronto tra i gradi dei polinomi al numeratore e al denominatore?

Dopo aver fatto le vostre conclusioni cercate una mappa concettuale di tale regola.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

PROFILES

Università Politecnica delle Marche

Professional Reflection-Oriented Focus on Inquiry-based Learning and Education through Science

Scheda n. 5.1

Alunni

data 21/05/2013

Esercizio n. 1 Operazioni coi limiti e Teoremi coi limiti

Sapendo che $\lim_{x \to x_0} f(x) = -1$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = 5$ si ha:

a) $\lim_{x \to x_0} [f(x) + g(x)] = 4$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$; b) $\lim_{x \to x_0} [-f(x) - 2g(x)] = 9$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

c) $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x)}{4} \cdot g(x) = -\frac{5}{4}$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$; d) $\lim_{x \to x_0} -[-f(x)]^4 = 1$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

scegliere e decidere se le soluzioni scritte sono Vere o False

Esercizio n. 2

Sapendo che $\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$ e $\lim_{x \to x_0} g(x) = -2$ si ha:

a) $\lim_{x \to x_0} [f(x) - g(x)] = -\infty$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$; b) $\lim_{x \to x_0} [f(x) \cdot g(x)] = -\infty$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

c) $\lim_{x \to x_0} -[f(x)]^2 = -\infty$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$; d) $\lim_{x \to x_0} \{2f(x) - [g(x)]^3\} = -\infty$ $\boxed{V}$ $\boxed{F}$

ancora anche in questo esercizio scegliere se le soluzioni indicate sono Vere o False.

Esercizio n. 3

Calcolare il seguente limite: $\lim_{x \to 1} \left[x + \frac{1}{(x-1)^2}\right] =$

sapendo che $\lim_{x \to 1} x = 1$ e $\lim_{x \to 1} \frac{1}{(x-1)^2} = +\infty$

trascrivere tutti i passaggi per giungere ad un risultato motivandoli.

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe

Scheda n. 5.2

Calcolare il seguente limite $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} \cdot \log x = \dots$

sapendo che $\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ e $\lim_{x \to 0^+} \log x = -\infty$

motivare i passaggi per giungere alla soluzione.

Esercizio n. 5

Se $\lim_{x \to 2} (x^2 + 3x - 1) = 9$ e $\lim_{x \to 2} (x - 1) = 1$, determinare il quoziente dei due limiti che sarà uguale al

$$\lim_{x \to 2} \frac{x^2 + 3x - 1}{x - 1} = \dots$$

Se il pto di accumulazione $x_0 = 2$ fosse diverso nel limite del quoziente, potreste ottenere lo stesso risultato?

Motivare e spiegare le conclusioni a cui si è giunti.

Esercizio n. 6

Tenendo presente i Teoremi sulle operazioni dei limiti calcolare i seguenti:

(a) $\lim_{x \to 1} \frac{2}{\ln e^2} = \dots$

(b) $\lim_{x \to 6} x = \dots$

(c) $\lim_{x \to 0} e^x = \dots$

(d) $\lim_{x \to +3} e^x = \dots$

(e) $\lim_{x \to -\frac{\pi}{6}} \operatorname{sen} x = \dots$

(f) $\lim_{x \to 0} \cos x = \dots$

(g) $\lim_{x \to -2} (2x^3 + x^2) = \dots$

(h) $\lim_{x \to -1} (x^4 - x^3 - 4) = \dots$

(i) $\lim_{x \to +2} \left(\frac{2}{x} - 3\right) = \dots$

(l) $\lim_{x \to -1} \left(\sqrt{2x + 6} - x\right) = \dots$

(m) $\lim_{x \to e} (3 - \ln x) = \dots$

(n) $\lim_{x \to -4} e^{-\frac{4}{x}} = \dots$

(o) $\lim_{x \to -3} \log_3 (24 - x) = \dots$

(p) $\lim_{x \to 1} \frac{2 + \ln x}{1 - \ln x} = \dots$

Project funded within the EC FP7 Programme: 5.2.2.1 – SiS-2010-2.2.1
Grant Agreement No.: 266589
Supporting and coordinating actions on innovative methods in science education: teacher training on inquiry based teaching methods on a large scale in Europe